

FUNCIONES

Comúnmente encontramos en diarios gráficos que muestran la relación entre dos magnitudes, como por ejemplo, como aumenta la población de un país a medida que transcurre el tiempo o como varía la cantidad de pobladores sanos frente a una epidemia de fiebre. En los celulares, también encontramos gráficos que muestran el consumo de batería en función del tiempo.

Las funciones y sus gráficos nos permiten analizar el modo en que se relacionan dos magnitudes y, en muchos casos, podremos predecir cómo será su evolución.

Actividad 2. En un laboratorio, se estudió el comportamiento de un compuesto químico. Se observó a qué temperatura ambiente pasaba del estado líquido al gaseoso y los datos se anotaron en una tabla donde se relacionó el volumen del líquido que permanecía en estado líquido a cada hora.

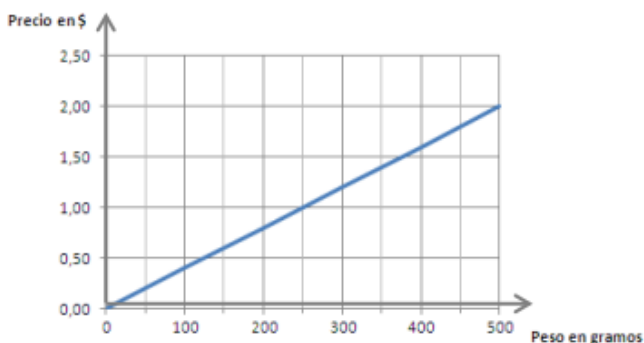


Tiempo (h)	Volumen (ml)
0	200
1	100
2	50
3	25
4	12,5

- ¿Qué sucede con el volumen del compuesto a medida que transcurre el tiempo?
- ¿Hay alguna relación entre el volumen del compuesto en un momento y a la hora siguiente?
- ¿Podríamos saber qué volumen de líquido quedará a las 5 horas?

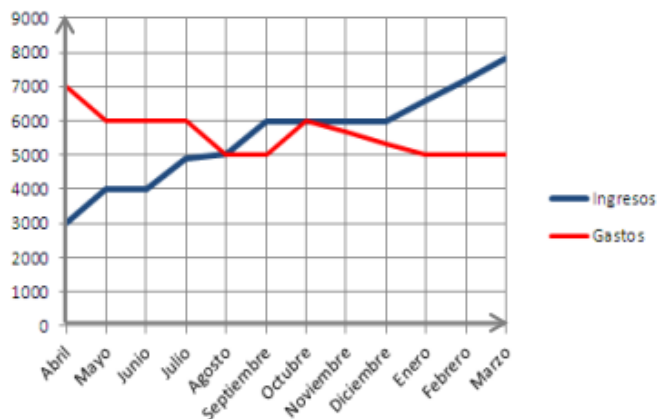
Actividad 3. En la dietética del barrio venden cereales sueltos y utilizan una balanza electrónica que indica el precio que se deberá pagar de acuerdo con el peso de cereal comprado.

- ¿Cuál es el costo de 100 g de cereal?
- ¿Cuánto cereal se podrá comprar con \$2?



Actividad 4. El siguiente gráfico muestra la entrada y la salida de dinero en el negocio de comidas que inauguró este año la familia González.

- ¿En qué mes del año iniciaron su negocio?
- ¿Durante cuántos meses el negocio dio pérdidas?
- ¿Cómo podríamos explicar que al comienzo los gastos eran mayores?
- ¿En qué momentos del año los gastos igualaron los ingresos?
- Cuando los ingresos son mayores a los gastos, a la diferencia de ambos se la llama ganancia. ¿Durante qué meses del año tuvieron ganancias?



En este contexto, a las magnitudes que intervienen se las llama **Variables**, y de acuerdo a su relación de dependencia, se las clasifica en **Dependiente e Independiente**.

Una **función** es una relación entre dos variables que cumple que a cada valor de la variable independiente le asocia uno y solo un valor de la variable dependiente

El **dominio** de una función es el conjunto de todos los valores que puede asumir la variable independiente.

La **imagen** de una función es el conjunto de todos los valores que puede asumir la variable dependiente.

ALGUNAS FORMAS DE REPRESENTAR UNA FUNCIÓN

La relación existente entre dos variables puede representarse confeccionando una **tabla de valores**, formada por dos columnas. En la primera, siempre se ubican los valores de la variable independiente y en la segunda, los de la variable dependiente.

Además, una función puede ser visualizada por medio de un **gráfico en un sistema de coordenadas cartesianas**, en el cual siempre se debe ubicar en el eje de las abscisas la variable independiente, y en el eje de las ordenadas, la variable dependiente.

Actividad 2. Se arrojó una piedra verticalmente hacia arriba y se anotó en la siguiente tabla la altura que alcanzó en distintos momentos posteriores al lanzamiento.

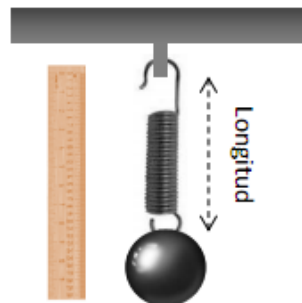
Tiempo (seg)	Altura (m)
0	0
5	75
10	100
15	75
20	0

- Realizar el gráfico en el plano cartesiano.
- Completar las siguientes oraciones.
 - La piedra tardó.....en llegar al suelo desde que fue arrojada.
 - La altura máxima que alcanzó fue y esto ocurrió a los desde que fue arrojada.

Actividad 6. La siguiente figura muestra un instrumento que permite medir el estiramiento de un resorte a medida que se le agregan distintas pesas (u otros objetos). La máxima longitud que puede lograrse sin deformar el resorte es 24 cm.

La siguiente tabla muestra la relación existente entre los pesos en gramos y las longitudes, en centímetros, observadas en el resorte al realizar la experiencia.

Peso (gr)	Longitud (cm)
0	4
100	8
200	12
300	16
400	20
500	24



- ¿Cuáles son, en este caso, las variables independiente y dependiente?
- Construye un gráfico, en un sistema de coordenadas cartesianas, que represente esta relación.
- ¿Esta relación es una función?
- ¿Cuál será la longitud del resorte si el objeto pesa 450 gr?
- ¿Cuánto pesará un objeto si el resorte se estira 6 cm?

LA FÓRMULA DE UNA FUNCIÓN

Sin dudas, ésta es la forma de representar una función más difícil de comprender y obtener, pero es la que permite modelizar mejor a una situación pues nos permite hallar valores de las variables que no siempre es sencillo obtener a partir del gráfico o de la tabla de valores.

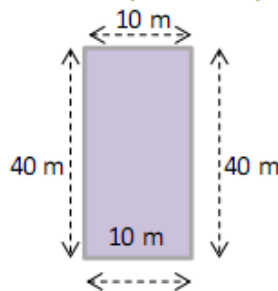
Usando la letra x para representar la variable independiente, y la letra y , para la dependiente, la **fórmula** o **ecuación** de una función simbolizará la o las operaciones que se debe realizar a cada valor de x para obtener el valor de y .

María tiene 100 m de alambre y quiere cercar uno terreno rectangular. Antes de hacerlo, investigó las distintas formas de hacer un rectángulo que tenga 100 m de perímetro para decidir cuál era el más conveniente.

Por ejemplo, si considera un terreno con 10 m de base, necesitará 20 m de alambre para los dos lados de igual longitud.



Debido a esto, le quedarán 80 para los dos lados restantes, que deberán medir 40 m cada uno.



Completa la siguiente tabla en la que se relacionan la base y la altura de los posibles terrenos rectangulares.

Base (m)	10	15	20	25	30	35	40
Altura (m)							

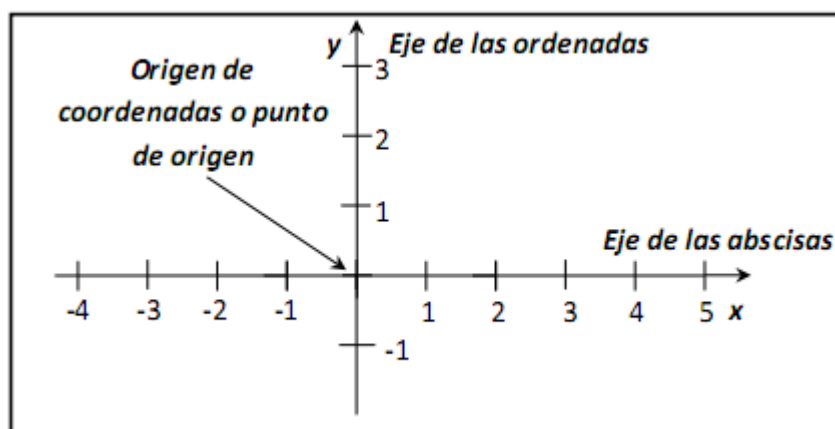
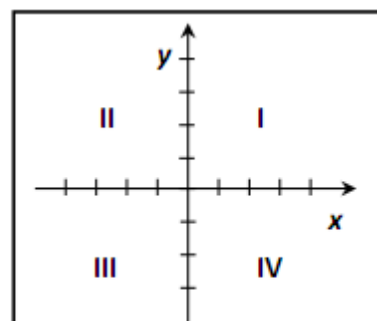
- ¿Qué operación se debe realizar a cada longitud de la base para obtener la longitud de la altura del rectángulo cuyo perímetro es 100 m?
- Llamando x a la longitud de la base e y a la longitud de la altura, ¿qué fórmula relaciona ambas variables?

SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Un **sistema de coordenadas cartesianas** está formado por dos rectas perpendiculares, en cada una de las cuales se considera una escala y se ubica al cero en el punto de intersección.

A tales rectas se las llama **ejes**, y se las distingue de la siguiente manera: a la recta horizontal se la llama **eje de las abscisas** y se le asigna la letra **x** y a la recta vertical se la llama **eje de las ordenadas** y se le asigna la letra **y**. El punto de intersección de los ejes se llama **punto de origen** u **origen de coordenadas**.

Al considerar dos rectas perpendiculares, el plano queda dividido en cuatro regiones. A cada una de ellas se las llama **cuadrantes** y se las distingue enumerándolas en sentido antihorario comenzando por la región donde ambos ejes son positivos.



Para ubicar un punto en el plano es necesario indicar dos coordenadas.



La primera coordenada se llama **abscisa** y es la referencia sobre el eje x

$$P = (x ; y)$$

La segunda coordenada se llama **ordenada** y es la referencia sobre el eje y

A esta forma de expresar las coordenadas de un punto del plano se la llama **par ordenado**.

Actividad 1. Un tanque de agua se llena con una bomba en tres horas. El gráfico describe cómo lo hace.

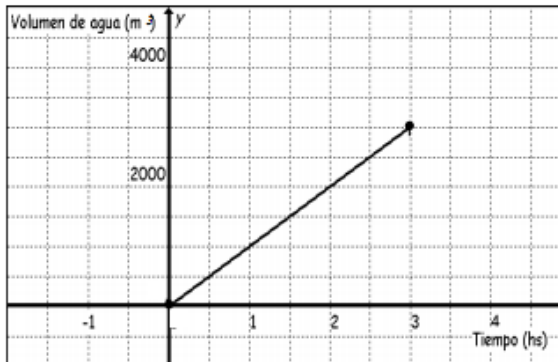
Indica cuál de las siguientes fórmulas expresa esta función, llamando y al volumen y x al tiempo

$$y = 1000 \cdot x$$

$$y = 3 \cdot x$$

$$y = x$$

$$y = x + 1000$$

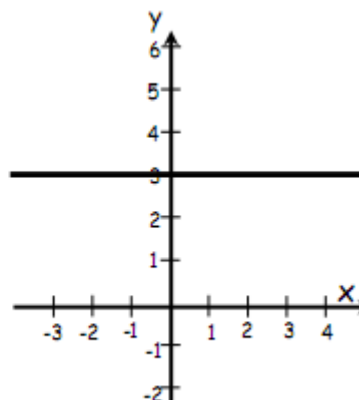
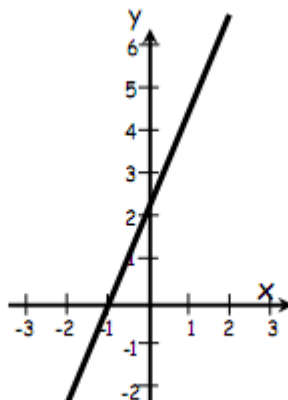
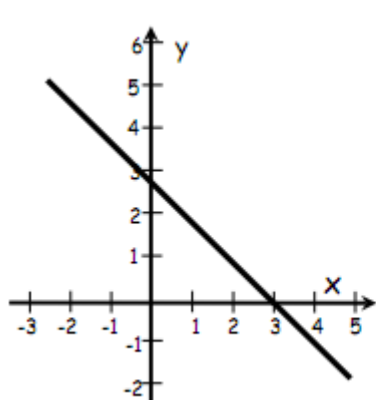


Ceros o raíces

Para finalizar el análisis que le realizaremos a una función, nos interesará saber si las funciones que consideramos intersecan o no a los ejes cartesianos, y pondremos especial interés en los puntos de corte con el eje x .

Los **ceros** o **raíces** de una función son aquellos valores de la variable independiente para los cuales la función se anula (es decir, para los cuales la variable dependiente es cero).

Gráficamente, la raíz de una función, determina el punto de intersección de su gráfico con el eje x

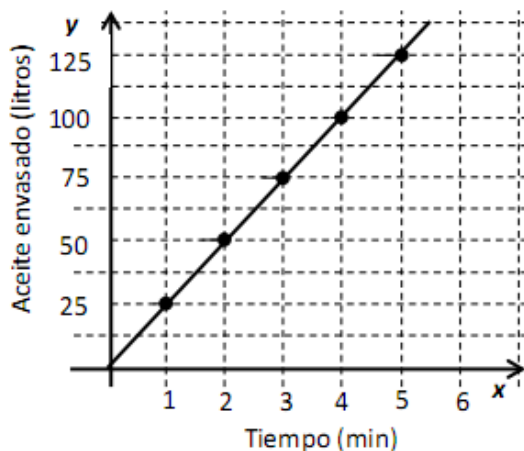


FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD

Función de proporcionalidad directa

Para comenzar el estudio de estas funciones, resolveremos las siguientes actividades.

El siguiente gráfico muestra la cantidad de litros de aceite que envasa una máquina que funciona siempre al mismo ritmo.



Completar la siguiente tabla

Tiempo (min)	Aceite envasado (litros)
1	
2	
3	
5	

Toda función que cumple que al aumentar la variable independiente el doble, el triple, etc., la variable dependiente también aumenta de la misma manera, se llama **función de proporcionalidad directa**.

El **gráfico** de este tipo de funciones es una **recta** que contiene el origen de coordenadas o son puntos alineados en tales rectas.

Al realizar las divisiones $\frac{y}{x}$ siempre se obtiene el mismo número llamado **constante de proporcionalidad** que se presenta con la letra $k = \frac{y}{x}$

La **fórmula** de la función de proporcionalidad directa es siempre de la forma $y = k \cdot x$, ya que se obtiene de despejar y en $k = \frac{y}{x}$

Actividad 2. Propone dos ejemplos de funciones de proporcionalidad directa.

Actividad 5. Completa la tabla, realizar el gráfico y calcular el valor de la constante de cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

$$f(x) = 2x$$

x	f(x)
0	
-1	
2	
-3	

$$f(x) = \frac{1}{2}x$$

x	f(x)
4	
-2	
-1	
0	

Actividad 6. Un tren sale de Mendoza hacia Buenos Aires, con una velocidad constante de 100 km/h. La distancia que separa ambas ciudades es 1300 km.

- ¿A qué distancia de Buenos Aires se encuentra luego de tres horas de viaje?
- ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a Buenos Aires?
- Encuentra la fórmula que te permita calcular la distancia a Buenos Aires a la que se encuentra el tren conociendo el tiempo de marcha.
- Realiza una tabla con algunos pares de valores de tiempos y distancias y construir su gráfico.
- ¿Es una función de proporcionalidad?. En caso afirmativo, ¿cuál es su constante?.
- Determina el dominio y la imagen.



Función de proporcionalidad inversa

Las funciones de proporcionalidad inversa también poseen una constante, una fórmula especial y su gráfico siempre tiene las mismas características.

Imaginemos que podemos trazar todos los rectángulos cuya área es 12 cm^2 . Para ellos, el producto entre su base y su altura siempre es 12.

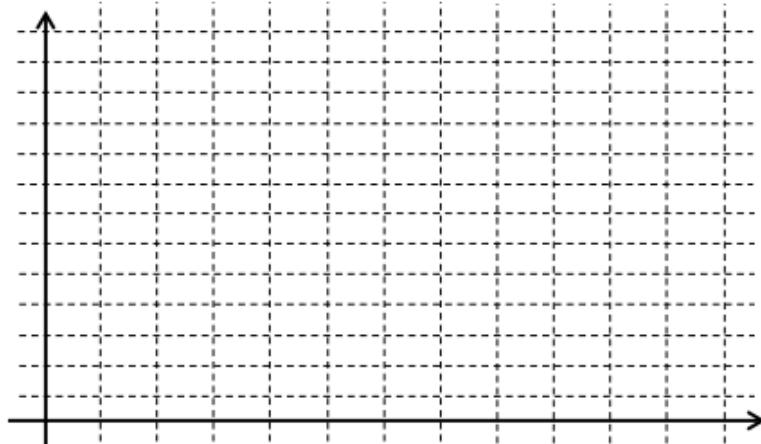
Completar la siguiente tabla de valores

Longitud de la base (cm)	Longitud de la altura (cm)
1	
2	
3	
4	
6	
10	
12	

Analizar qué sucede con la longitud de la altura a medida que la longitud de la base aumenta el doble, el triple, el cuádruple, etc.

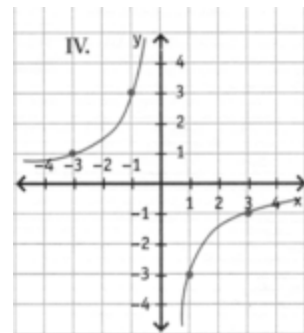
Realizar los productos $x \cdot y$ para cada par de valores de la tabla

Ubicar la información de la tabla de valores en el siguiente sistema de coordenadas y unir los puntos obtenidos con una curva



Toda función que cumple que al aumentar la variable independiente el doble, el triple, etc., la variable dependiente disminuye la mitad, la tercera parte, etc., se llama **función de proporcionalidad inversa**.

Los puntos de su **gráfico** se encuentran sobre una curva llamada **hipérbola**, la cual si bien se aproxima a los ejes cartesianos no los interseca.



La **constante de proporcionalidad** es $k = x \cdot y$

La **fórmula** de la función de proporcionalidad inversa es siempre de la forma $y = \frac{k}{x}$, ya que se obtiene de despejar y en $k = x \cdot y$

Actividad 8. Imaginemos que deseamos realizar un viaje de la ciudad de Córdoba a Carlos Paz. Sabemos que la distancia que separa dichas ciudades es 30 km. Imaginemos además, que realizaremos todo el viaje a velocidad constante. El tiempo que demoremos en llegar dependerá de la velocidad con la que nos movilizemos.

a. Completa la siguiente tabla.

Velocidad (km/h)	60		20		120
Tiempo (h)	1/2	2		4	

b. ¿Es una función de proporcionalidad?. En caso afirmativo, calcula su constante e indica cuál es su fórmula.

Actividad 9. Completa la tabla y calcula el valor de la constante de cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad inversa.

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

x	f(x)
0,5	
-1	
0,75	
$\frac{3}{2}$	

$$f(x) = \frac{0,5}{x}$$

x	f(x)
0,5	
0,25	
3	
$\frac{3}{2}$	