

## FUNCIÓN LINEAL

A continuación, estudiaremos las llamadas **funciones lineales**, que permiten representar situaciones concretas como el espacio recorrido por un móvil, el estiramiento de un resorte, el aumento de temperatura de una sustancia al calentarla, entre otras, en las que la relación entre las variables se caracteriza por una velocidad de cambio constante.



La **función lineal** fue el primer tipo de función que se expresó por medio de una fórmula. El primero que habló de ellas fue *James J. Sylvester* en 1853, quien fue presidente de la Sociedad Matemática de Londres, su ciudad natal.

Para comenzar con el estudio de este tipo especial de funciones, resolveremos las siguientes situaciones:

Una fábrica de pisos antideslizantes está desarrollando un tipo de plastificado de alta resistencia para uso industrial que requiere un pulido especial. Los técnicos de la fábrica establecieron que el costo del pulido por metro cuadrado es \$100 y que además, le cobran al cada cliente un costo fijo de \$500 por única vez, para evaluación y asesoramiento.

a. Completa la siguiente tabla de valores.

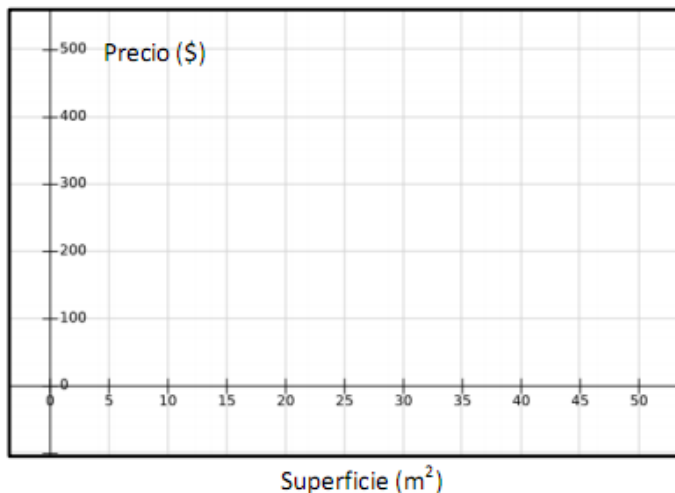
Superficie (m <sup>2</sup> )	10	20	30	40	50
Precio (\$)	$500 + 100 \cdot 10$ = 1400				$500 + 100 \cdot 50$ = 5500

b. Ubica en el gráfico los puntos obtenidos en la tabla de valores y analizar si es posible unirlos.

c. ¿Cuáles son las variables consideradas en esta situación?

d. Escribe la fórmula que vincula dichas variables.

e. ¿Es cierto que el precio del plastificado es directamente proporcional a la superficie de piso cubierta?

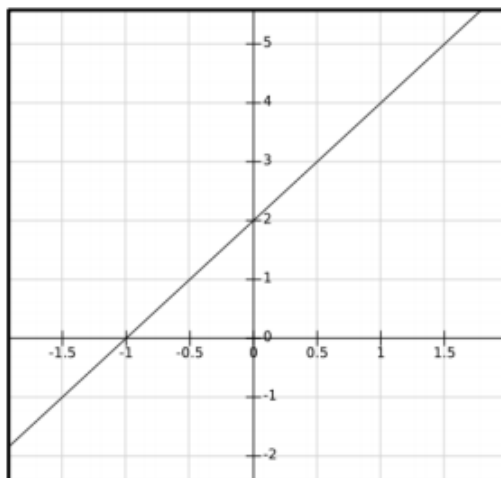


Se llama **función lineal** a toda función cuya fórmula es  $y = ax + b$  donde  $a$  y  $b$  son dos números reales cualesquiera. Al número real  $a$  se lo llama **pendiente** y a  $b$ , **ordenada al origen**.

El dominio y la imagen de estas funciones es  $\mathbf{R}$ , y su representación gráfica es una recta en el plano que no es paralela al eje  $y$ .

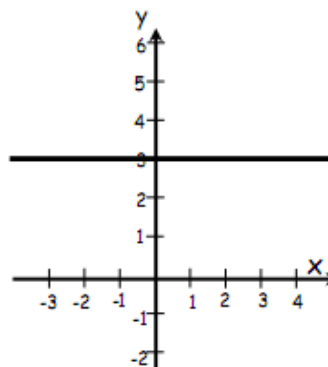
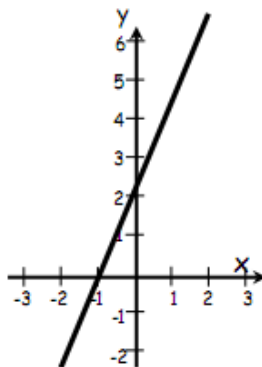
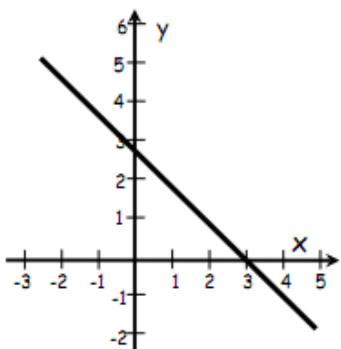
**Actividad 1.**

Dado el siguiente gráfico, completa la tabla de valores y encontrar su fórmula.



x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

- Dados los siguientes gráficos de funciones lineales, indica cuáles son sus raíces.



**Actividad 2.** Completa la siguiente tabla sabiendo que  $f$  es una función lineal.

$y$	Pendiente	Ordenada al origen
$y = 3x + 1$		
$y = x - 4$		
$y = 2x \dots\dots\dots$		-5
$y = \dots\dots\dots$	0,5	3
$y = -0,3x$		

**Actividad 3.** Completa las tablas de valores y grafica cada una de las siguientes funciones lineales.

$$y = 3x - 2$$

$$y = -x - 1$$

$$y = \frac{1}{3}x + 1$$

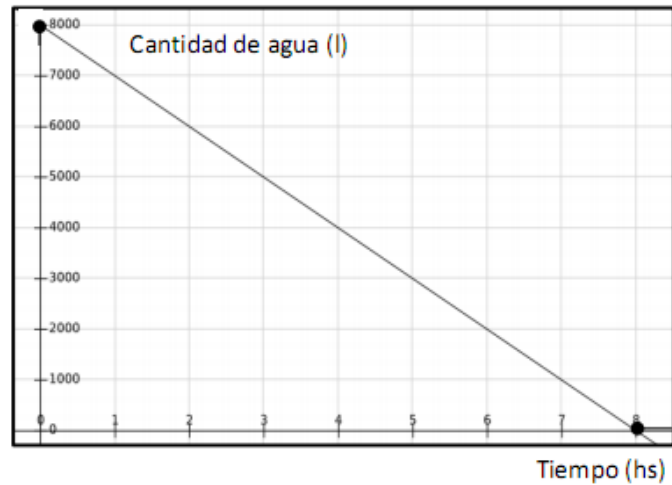
$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	

$x$	$y$
-2	
-1	
0	
1	

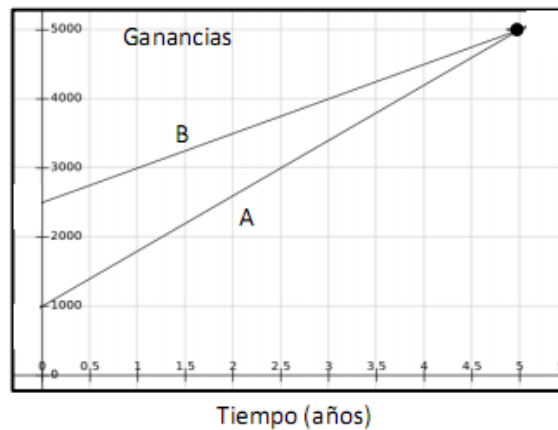
$x$	$y$
-3	
0	
3	
6	

**Actividad 5.** Un tanque tiene una capacidad de 8000 litros de agua que se extrae con una bomba que saca 1000 litros de agua por hora. El gráfico relaciona le cantidad de agua que queda en el tanque al funcionar la bomba, de acuerdo al tiempo transcurrido.

- ¿Cuántos litros quedan en el tanque a las 2 horas? ¿Y cuántos a las 4 horas?
- ¿Cuántas horas transcurrieron si en el tanque quedan 2000 litros?
- ¿En cuánto tiempo se desagotará el tanque?
- Confecciona una tabla con 6 valores.

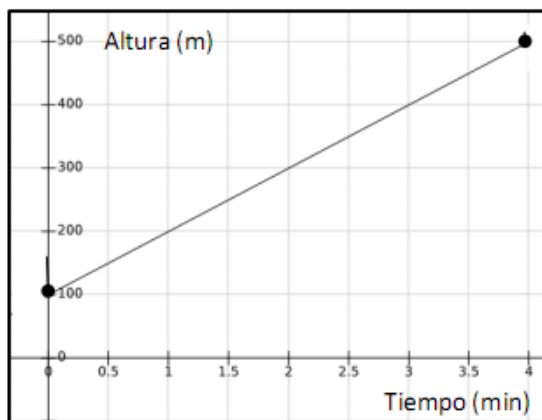


**Actividad 6.** El gráfico muestra la evolución del capital invertido en dos empresas durante cinco años. Si tuviera que invertir en las empresas A o B, ¿en cuál lo haría?



**Actividad 7.** Un águila inicia su vuelo desde la cima de un cerro. El gráfico muestra la altura alcanzada por el ave, en función del tiempo.

- ¿Desde qué altura partió el águila?
- ¿Qué altura alcanzó a los tres minutos?
- Escribe la fórmula que relaciona la altura alcanzada y el tiempo.
- La función representada ¿alcanza un valor máximo? ¿y un valor mínimo?
- ¿Cuál es el dominio y la imagen de tal función?

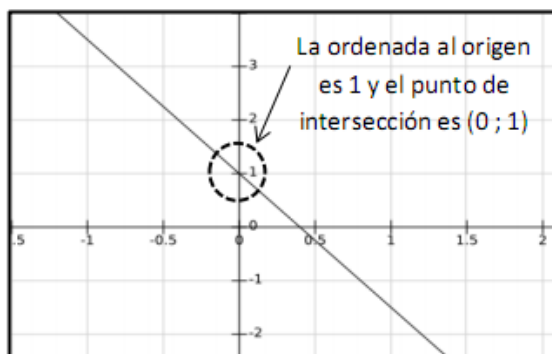


### La ordenada al origen

Debido a que el gráfico de una función lineal es una recta que no es paralela al eje  $y$ , sabemos que dicha recta cortará siempre al eje  $y$  en un punto. ¿Podemos saber qué coordenadas posee ese punto? Al ubicarse en el eje  $y$ , su coordenada  $x$  es 0 y para hallar su coordenada  $y$  deberemos reemplazar a  $x$  por 0 en la fórmula de la función. Como  $y = a \cdot 0 + b = 0 + b = b$ , entonces el punto  $(0 ; b)$  pertenece al gráfico de la función y al eje  $y$ .

En toda función lineal la ordenada al origen determina el punto de intersección de su gráfico con el eje  $y$ , el cual es  $(0 ; b)$ .

Por ejemplo, la función lineal  $y = -\frac{5}{2}x + 1$  representada tiene ordenada al origen 1, por lo que su gráfico cortará al eje  $y$  en el punto  $(0 ; 1)$ .



### La pendiente de la recta

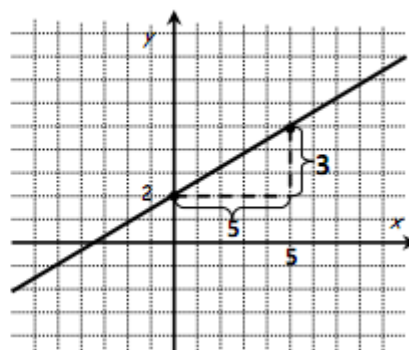
La pendiente de una función lineal es un número que tiene gran incidencia en el gráfico de dicha función. A este número se lo asocia con la inclinación de la recta respecto al eje de las abscisas.

### Gráfico de una función lineal a partir de su pendiente y su ordenada al origen

Para realizar el gráfico de una función lineal es necesario conocer sólo dos puntos del mismo. Uno de ellos está dado por la ordenada al origen, pues si  $y = mx + c$  se cumple que  $(0; c)$  pertenece a su gráfico. El otro punto se puede obtener a partir de su pendiente. Para ello, observemos los siguientes ejemplos.

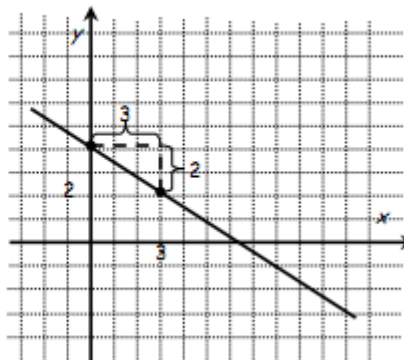
**Ejemplo 1:** Gráfico de  $y = \frac{3}{5}x + 2$  a partir de su fórmula.

X	$y = \frac{3}{5}x + 2$
0	$\frac{3}{5} \cdot 0 + 2 = 2$
5	$\frac{3}{5} \cdot 5 + 2 = 5$



**Ejemplo 2:** Gráfico de  $y = -\frac{2}{3}x + 4$  a partir de su fórmula.

X	$y = -\frac{2}{3}x + 4$
0	$-\frac{2}{3} \cdot 0 + 4 = 4$
3	$-\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = 2$



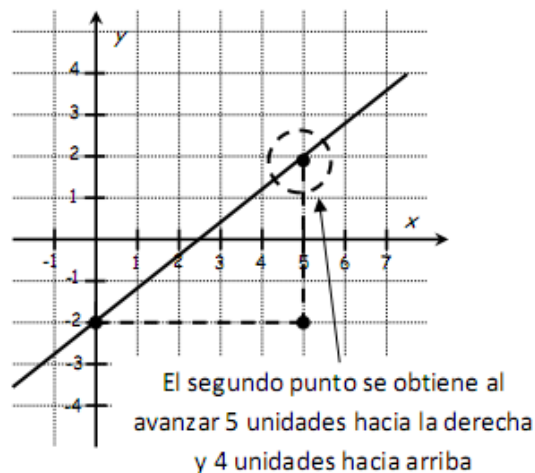
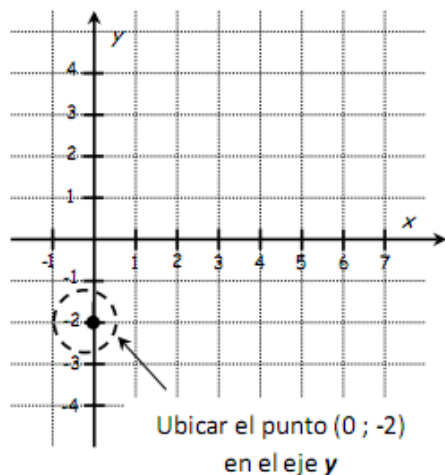
## ALGO MÁS SOBRE FUNCIÓN LINEAL

### Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Dados dos puntos distintos del plano hay una única recta que pasa por ellos. Para hallar la fórmula de la función lineal cuyo gráfico es tal recta, basta con calcular su pendiente y ordenada al origen.

Al conocer las coordenadas de dos puntos distintos de una recta,  $(x_1; y_1)$  y  $(x_2; y_2)$  podemos calcular su pendiente mediante la fórmula  $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Así, por ejemplo, para realizar el gráfico de la función lineal  $y = \frac{4}{5}x - 2$  sin construir su tabla de valores, podemos proceder de la siguiente manera:



**Actividad 8.**

- Representa en un mismo sistema de coordenadas las funciones lineales

$$y = 0,5x + 1$$

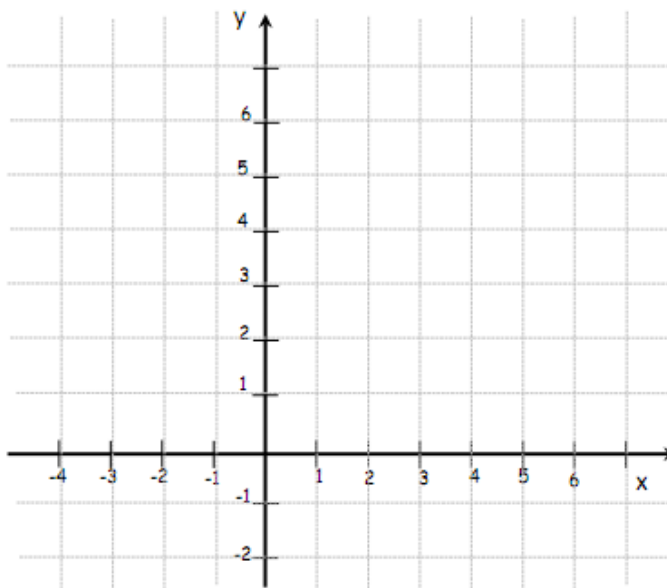
x	y
-2	
0	
2	

$$y = x + 1$$

x	y
-3	
0	
3	

$$y = 3x + 1$$

x	y
-1	
0	
2	



**Actividad 9.**

a.  $(2; 3)$  y  $(4; 2)$

b.  $(2; 3)$  y  $(-2; -5)$

Con la fórmula obtenida en cada caso, realizar una tabla de valores y un gráfico para verificar que la recta pasa por los puntos dados.



**Actividad 10.**

- Que su gráfico pase por el origen de coordenadas y tenga pendiente  $-2$ .
- Que su gráfico corte al eje de las ordenadas en  $y = -2$  y pase por el punto  $(2 ; 4)$ .
- Que pase por el punto  $(-1, 4)$  y su raíz sea  $3$ .



En esta actividad, tener en cuenta que si una recta para por el eje  $y$  en  $-2$  significa que el punto  $(0 ; -2)$  pertenece al gráfico, y que si  $3$  es su raíz, la recta pasa por  $(3 ; 0)$

**Actividad 11.**

- Representa en un mismo sistema de coordenadas las funciones lineales

$$y = -0,5x + 1$$

x	y
-2	
0	
2	

$$y = -x + 1$$

x	y
-3	
0	
3	

$$y = -3x + 1$$

x	y
-2	
0	
1	



Cuando la pendiente de la función lineal es positiva, su gráfico es una recta creciente y cuando es negativa, es una recta decreciente.

Además, a mayor módulo de la pendiente le corresponde un mayor ángulo de inclinación de la recta respecto al eje  $x$ .

**Actividad 12.**

- Determina la ordenada al origen de cada una de tales funciones.
- Clasifica cada función graficada en creciente o decreciente.

