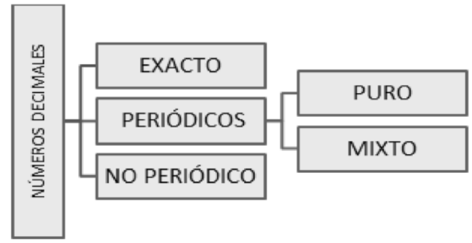
EXPRESIONES DECIMALES.

*Un número **decimal**, por definición, es la expresión de un número no entero, que tiene una parte **fraccionaria** que va separada por una coma; es una manera particular de escribir las fracciones como resultado de un cociente inexacto.(el dividendo NO es múltiplo del divisor)*



Número decimal exacto

Los números fraccionarios cuya parte NO entera tiene un número **finito** de cifras se denominan números decimales exactos. Se pueden escribir como fracción en la que el denominador es una potencia de diez. EJ; 0,4 → 4/10

Número decimal periódico

Son los números fraccionarios cuya parte decimal tiene un número infinito de cifras que se repiten siguiendo un patrón, llamado *periodo*. NO se pueden escribir como fracción en la que el denominador es una potencia de diez. EJ: 0,3333…. → 3/9

Decimal periódico puro

Son los números decimales en los que la parte decimal se repite periódicamente, inmediatamente después del separador decimal (la coma). La parte periódica se suele señalar usualmente con una línea horizontal o un arquito superior.

Una expresión decimal periódica **pura** es aquella cuyas cifras decimales son **todas** periódicas

Por ejemplo: 0,33333...... 1,23232323... 3,345345345....

Decimal periódico mixto

Son los números decimales en cuya parte decimal hay una parte no periódica ubicada entre la coma y el período, denominada antiperiodo, y otra periódica. La parte periódica se suele señalar con una línea horizontal superior o un arquito.

Una expresión decimal periódica **mixta** es aquella cuyas cifras decimales son algunas periódicas y otras no.

Por ejemplo: 0,67777777..... 3,7845454545.... 2,30963963963.....

Al igual que los números decimales exactos, periódicos puros, los números decimales mixtos siempre **pueden ser expresados en forma de fracción**, por lo que pertenecen al conjunto de números racionales Q,

Fracción generatriz de una expresión decimal:

1) Pasar de decimal exacto a fracción

Si la fracción es decimal exacta, la fracción tiene como numerador el número dado sin la coma, y por denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga.

Ejemplo:

$$1.13 = \frac{113}{100} \qquad 0.1769 = \frac{1769}{10000} \qquad 2234.1 = \frac{22341}{10}$$

2) Pasar de periódico puro a fracción generatriz.

Si la fracción es periódica pura, la fracción generatriz tiene como numerador el número dado sin la coma, menos la parte entera, y por denominador un número formado por tantos nueves como cifras tenga el período.

Ejemplo:

$$1.\widehat{13} = \frac{113-1}{99} = \frac{112}{99} \qquad 0.\widehat{1769} = \frac{1769}{9999}$$

$$2234.\widehat{1} = \frac{22341-2234}{9} = \frac{20107}{9}$$

3) Pasar de periódico mixto a fracción generatriz.

Si la fracción es periódica mixta, la fracción generatriz tiene como numerador el número dado sin la coma, menos la parte entera seguida de las cifras decimales no periódicas, y por denominador, un número formado por tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal no periódica.

Ejemplo:

$$1.1\widehat{3} = \frac{113-11}{90} = \frac{102}{90} = \frac{17}{15}$$

$$0.17\widehat{69} = \frac{1769-17}{9900} = \frac{1752}{9900} = \frac{438}{2475}$$

$$2.2\widehat{341} = \frac{22341-22}{9990} = \frac{22319}{9990}$$

Número decimal no periódico

Además de los anteriores existen *números fraccionarios no periódicos* que contienen una parte decimal infinita y pero que no se repite. Estos números se obtienen por ejemplo al calcular algunas raíces como las de los números primos. Como éstos NO pueden expresarse como razón entre dos números (fracción), reciben el nombre de **irracionales** y pertenecen al conjunto de los números irracionales.

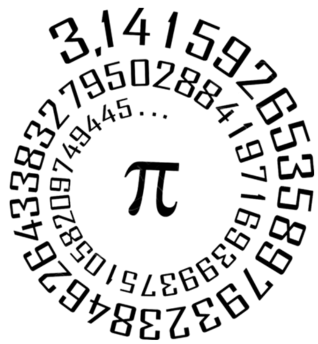
Algunos de ellos son:

La raíz cuadrada de 2 = √**2** = **1,4142135623730950488016887242097**….

Pi Su valor es **3,14159265358979323846264338327950…** (cociente entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia.

Como los decimales no siguen ningún patrón, y **no se puede escribir ninguna fracción** que tenga el valor exacto de ellos, por lo tanto se representan con algún símbolo ¶, o se dejan indicados. $\sqrt[3]{11}$

Puesto que los irracionales contienen infinitas cifras decimales y ningún período, es usual expresarlos en forma simbólica. Para efectuar cálculos numéricos, se toma el *valor decimal numérico* con el suficiente número de *cifras decimales significativas* para la obtención de datos con una determinada precisión, ya sea redondeando o truncando.



En el caso del número Pi= ¶ aplicando un redondeo a sus primeras cifras, se obtiene: 3,14 ó 3,1416

Entre otros, son irracionales todas las raíces de números primos

El conjunto de los NÚMEROS REALES incluye tanto a los números racionales como a los números irracionales.

$$\textit{Números Reales } R \begin{cases} \textit{Racionales } Q \begin{cases} \textit{Enteros} \begin{cases} \textit{Naturales } N \rightarrow 0,\ 6,\ \dfrac{12}{3},\ \sqrt{4} \\ \textit{Enteros Negativos} \rightarrow -3,\ -\dfrac{12}{3},\ \sqrt[3]{-27} \end{cases} \\ \textit{Fraccionarios} \rightarrow 4{,}84;\ \dfrac{5}{3};\ 5,\overline{7},\ -\dfrac{5}{8} \end{cases} \\ \textit{Irracionales} \rightarrow \sqrt{2},\ -\sqrt{3},\ \pi \end{cases}$$

Notación Científica; sus reglas y aplicación.

Hay quienes... creen que el número de [granos] de arena es infinito... Otros, aun sin considerarlo infinito, piensan que todavía no se ha mencionado un número lo bastante grande [...]. Pero voy a tratar de mostrarte [números que] superen no sólo el de una masa de arena equivalente a la Tierra [...] sino el de una masa igual en magnitud al Universo.

ARQUÍMEDES (h. 287—212 a. de C.), El arenario

Sus inicios...

El primer intento de representar números demasiado grandes fue emprendido por el matemático y filósofo griego Arquímedes, descrito en su obra "El contador de Arena" (arenario) en el siglo III a. C. Ideó un sistema de representación numérica para estimar cuántos granos de arena existían en el universo. El número estimado por él era de 10^{63} granos.

Aplicación: Un número puede expresarse de distintas maneras: en letras, con todas sus cifras, usando prefijos, redondeado, truncado, en notación científica, etc. Cada una de estas formas se adapta a un uso o costumbre en particular.

Por Ejemplo Decir**, u**n kilogramo, mil gramos, 1 kg ó 1.10^3 gramos es la misma cosa expresada de maneras diferentes.

La **Notación Científica** (NC ó SCi) nos ayuda a poder expresar de forma más sencilla aquellas cantidades numéricas que son demasiado grandes o por el contrario, demasiado pequeñas. (en general mas de 4 cifras). Consiste en descomponer al número en dos factores. El primero mayor o igual a 1 y el segundo una potencia de diez. ($\boldsymbol{a \,.\, 10^n}$)

Ejemplo: Dos mil = 2000 = 2 x 1000 $\boldsymbol{= 2 \times 10^3}$

El uso de prefijos o NC facilita la lectura y escritura de números de más de 4 cifras. La NC en particular también permite y facilita el cálculo.

Tiempo que llevaría contar desde cero a razón de una cifra por segundo, día y noche.

Uno	1	10^0	1 segundo
Mil	1. 000	10^3	17 minutos
Millón	1. 000. 000	10^6	12 días
Mil millones	1. 000. 000. 000	10^9	32 años
Billón	1. 000. 000. 000. 000	10^{12}	32. 000 años

Múltiplos			Submúltiplos		
Factor	**Prefijo**	**Simbolo**	**Factor**	**Prefijo**	**Simbolo**
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zeta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^9	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^6	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^3	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^2	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deca	da	10^{-24}	yocto	y

Expresión de un número mediante NC.

Como dijimos, los números se escriben como un producto entre 2 factores: $\boldsymbol{a \cdot 10^n}$

"a" es un número real mayor o igual que 1 y menor que 10, ($1 \le a < 10$)

(recibe el nombre de coeficiente ó 1º factor)

$\mathbf{10^n}$ es una potencia de diez en la que **n** es número entero,

(recibe el nombre de exponente, orden ó 2º factor)

Para transformar cualquier número a la notación científica estandarizada debemos mover la coma obedeciendo al principio de equilibrio.

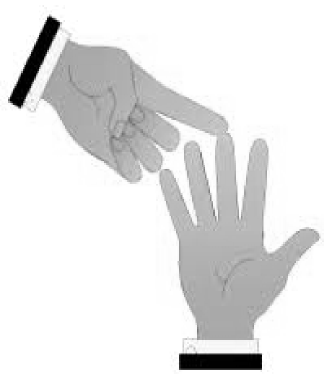
Identificamos la coma decimal y la desplazamos tantos lugares como sea necesario para que quede entre la primera y segunda cifra distinta de cero (hacia la izquierda si el número a convertir es mayor que 10, hacia la derecha si es menor a 1). Luego contamos cuantos lugares corrimos la coma y los indicamos en la potencia de diez.(+ izq, - der)

Es más fácil entender con ejemplos:

$732{,}5051 = 7{,}325051 \cdot 10^{2}$ (movimos la coma decimal 2 lugares hacia la izquierda)

$0{,}005612 = 5{,}612 \cdot 10^{-3}$ (movimos la coma decimal 3 lugares hacia la derecha)

La **cantidad de lugares** que movimos la coma "n" (ya sea a izquierda o derecha) la indicamos en el exponente que tendrá la base 10 (si la coma la movemos dos lugares el exponente es 2, si lo hacemos por 3 lugares, el exponente es 3, y así sucesivamente. El signo que corresponda será negativo si la cantidad es menor a 1, y positivo si es mayor a 1)



*La **notación exponencial** permite «pensar» y calcular con grandes números. Lo cual no está nada mal para unos seres autodidactas que se bastaban con los dedos de las manos y los pies para contar la cosa de todos los días.*

Una vez dominada la notación exponencial, podemos operar fácilmente con cifras inmensas, como el número aproximado de microbios en una cucharadita de tierra (10^8), el de granos de arena en todas las playas (quizá 10^{20}), el de seres vivos en la Tierra (10^{29}), el de átomos en toda la biosfera (10^{41}), el de núcleos atómicos en el Sol (10^{57}), o el de partículas elementales (electrones, protones, neutrones) en todo el cosmos (10^{80}), o muy pequeñas: un electrón que tiene un grosor de un femtómetro (10^{-15} m); la luz amarilla posee una longitud de onda de medio micrómetro (5.10^{-4}m); el ojo humano apenas puede ver un bichito de una décima de milímetro (10^{-4} m).

Aproximación y error.

Existen muchas situaciones en las que nos vemos obligados a estimar ciertas cantidades numéricas que, por diversos motivos, no podemos o no consideramos necesario conocer su valor exacto o con todas sus cifras. Pensemos que la imprecisión de una medida o la inexactitud de un dato, nos llevará a sustituirlo por otro con cierto grado de aproximación.

Cuando operamos con números decimales periódicos o con números irracionales, en la práctica, sólo necesitamos trabajar con un número limitado de decimales, es decir, sólo apreciamos ciertas cifras decimales con la aproximación deseada.

Aproximar un número consiste en sustituir el valor exacto o dado por otro tan cercano a él como queramos y de manera tal que el error cometido no sea significativo. Si la estimación es mayor que el valor dado, estamos realizando una aproximación por exceso, mientras que si la estimación es menor, la aproximación es por defecto.

*Las **cifras significativas** son los dígitos de un número que consideramos **no nulos**. Son significativos todos los dígitos distintos de cero. Los ceros situados entre dos **cifras significativas** son significativos. Los **ceros a la izquierda** de la primera cifra significativa **no** lo son.*

Formas de aproximación.

1. REDONDEO: Reglas para el redondeo tradicional

Lo primero es decidir con <u>*buen criterio*</u> cuantas cifras decimales vamos a respetar, el último decimal será redondeado según el siguiente criterio:

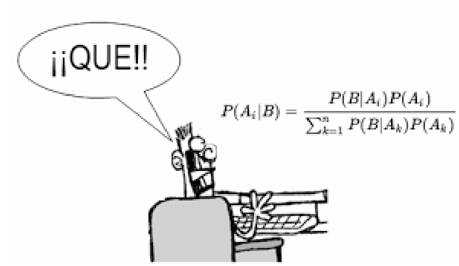
Si, por ejemplo, quieres redondear dos decimales, tendrás que observar el tercer decimal, si quieres tener tres decimales, tendrás que observar el cuarto decimal, etc.

Si la cifra posterior a la que quieres redondear es igual ó superior a 5, se redondea aumentando en 1. Por el contrario, si la última cifra es inferior a 5, no se ajustará, simplemente se eliminará el decimal que se quiere redondear.

En resumen, si el dígito posterior al que debe ser redondeado es 5, 6, 7, 8 o 9, entonces el número será redondeado hacia arriba y el decimal será ajustado de acuerdo a ello.

Si el dígito es 0, 1, 2, 3 o 4, el decimal se quedará igual. y el decimal siguiente se eliminará.

Por ejemplo, tenemos la cantidad 4,6384 y deseamos redondearla a dos decimales. El número se convertirá en 4,64, ya que, el siguiente decimal es 8 (mayor a 5), por lo que el decimal 3 aumenta en una unidad y se eliminan los otros decimales.



Otro ejemplo podría ser redondear el número 17,642 a un decimal. El resultado sería 17,6, ya que, el siguiente decimal es 4 (inferior a 5), así que eliminamos el decimal y dejamos el número redondeado.

2. TRUNCAMIENTO: Consiste en suprimir directamente las cifras que no interesan de un número dado, sin importar el resto.

Ejemplo: 4,58713 → 4,5800

Este método es menos preciso que el redondeo por no se recomienda y casi nunca se usa…

Aproximar un RACIONAL (Q):

REDONDEO

Se considera la cifra siguiente a la cual se quiere aproximar el número, si ésta es mayor o igual a 5, se suma 1 a la cifra anterior.

Nro.	Proceso	Redondeo
4,58713	Redondear a la centésima	4,59

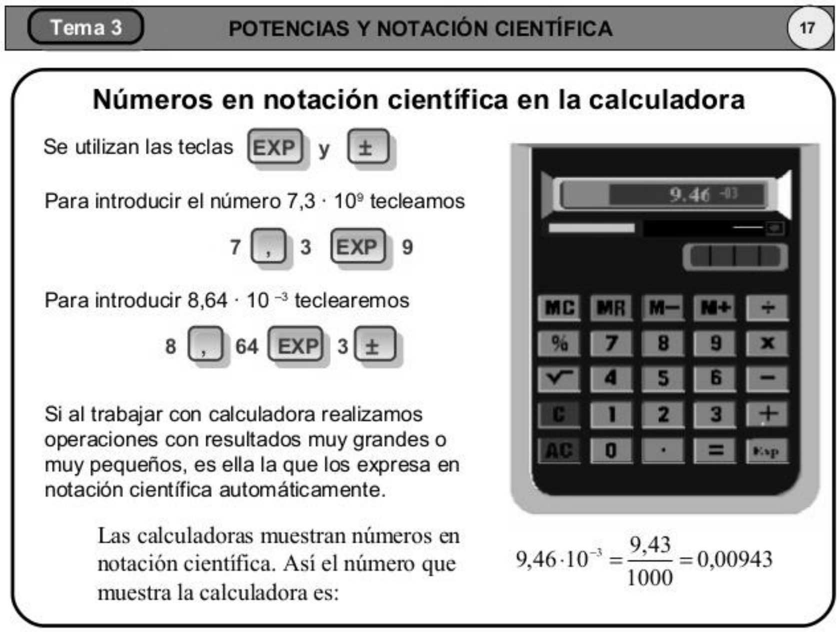
TRUNCAMIENTO

Se eliminan TODAS las cifras que siguen a la cifra escogida y se reemplazan por ceros.

Nro.	Proceso	Truncamiento
4,58713	Trucar a la milésima	4,587

http://mates2014efv.blogspot.com

Uso de calculadora Científica: Ajustar **<u>MODO *SCI*</u>** **(**El formato varía según el modelo)



Tema 3 POTENCIAS Y NOTACIÓN CIENTÍFICA 17

Números en notación científica en la calculadora

Se utilizan las teclas EXP y ±

Para introducir el número $7{,}3 \cdot 10^9$ tecleamos

7 , 3 EXP 9

Para introducir $8{,}64 \cdot 10^{-3}$ teclearemos

8 , 64 EXP 3 ±

Si al trabajar con calculadora realizamos operaciones con resultados muy grandes o muy pequeños, es ella la que los expresa en notación científica automáticamente.

Las calculadoras muestran números en notación científica. Así el número que muestra la calculadora es:

$$9{,}46 \cdot 10^{-3} = \frac{9{,}43}{1000} = 0{,}00943$$

Operaciones en NC

<u>Multiplicación</u>

Para multiplicar cantidades escritas en notación científica se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes.

Ejemplo: $(4\ .10^{12}) \times (2\ .10^{5}) = 4x2\ .10^{12+5} = 8\ .10^{17}$

<u>División</u>

Para dividir cantidades escritas en notación científica se dividen los coeficientes y se restan los exponentes.

Ejemplo: $(4{,}8\ .10^{10}) : (1{,}2\ .10^{1}) = 4{,}8:1{,}2\ .10^{10-1} = 4\ .10^{9}$

<u>Potenciación</u>

Se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

Ejemplo: $(3\ .10^{6})^{2} = 3^{2}\ .10^{12}.= 9\ .10^{12}$

Radicación

Se debe extraer la raíz del coeficiente y se divide el exponente por el índice de la raíz.

Ejemplos:

$$\sqrt{9 \cdot 10^{26}} = 3 \cdot 10^{13}$$
$$\sqrt[3]{27 \cdot 10^{12}} = 3 \cdot 10^{4}$$
$$\sqrt[4]{256 \cdot 10^{64}} = 4 \cdot 10^{16}$$

Suma y resta

Siempre que las potencias de 10 sean las mismas, se deben extraer como **factor común**, y sumar los coeficientes, dejando la potencia de 10 con el mismo grado. En caso de que no tengan el mismo exponente, deben igualarse primero los coeficientes, multiplicándolos o dividiéndolos por 10 tantas veces como sea necesario, ajustar la potencia y hacer luego el mismo procedimiento.

Ejemplos:

a) $2 .10^5 + 3 .10^5 = (2+ 3) .10^5 = 5 .10^5$

b) $3 .10^5 – 0,2 .10^5 = (3- 0,2) .10^5 = 2,8 .10^5$

c) $2 .10^4 + 3 .10^5 - 6 .10^3 = 0,2 .10^5 + 3 .10^5 - 0,06 .10^5 =$

$$(0,2 + 3 - 0,06) .10^5 = 3,14 .10^5$$

*(en este último caso tomamos el **exponente 5** como referencia)*